

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

21

Решите уравнение $x^4 = (x-2)^2$.

Решение.

Исходное уравнение приводится к виду:

$$(x^2 - x + 2)(x^2 + x - 2) = 0.$$

Уравнение $x^2 - x + 2 = 0$ не имеет корней.Уравнение $x^2 + x - 2 = 0$ имеет корни -2 и 1 .Ответ: $-2; 1$.

Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

Задание 21. Установите соответствие между выражениями в левой и правой колонках.

1) $(x^2 - x + 2)(x^2 + x - 2) = 0$	2) $x^4 = (x-2)^2$
3) $x^2 - x + 2 = 0$	4) $x^2 + x - 2 = 0$

22

Имеются два сосуда, содержащие 22 кг и 18 кг раствора кислоты различной концентрации. Если их слить вместе, то получится раствор, содержащий 32% кислоты. Если же слить равные массы этих растворов, то полученный раствор будет содержать 30% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом растворе?

Решение.

Пусть концентрация кислоты в первом сосуде равна $C_1\%$, а во втором — $C_2\%$.

Получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{22C_1 + 18C_2}{40} = 32, \\ \frac{C_1 + C_2}{2} = 30; \end{cases} \quad \begin{cases} 22C_1 + 18C_2 = 1280, \\ C_1 + C_2 = 60, \end{cases}$$

откуда $C_1 = 50$, $C_2 = 10$. Значит, в первом сосуде содержится 11 кг кислоты.

Ответ: 11.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

23

Постройте график функции

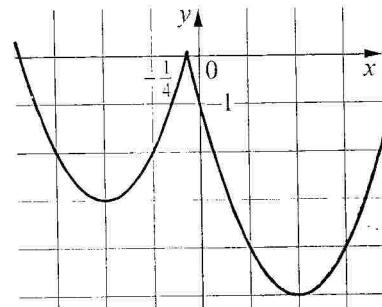
$$y = x^2 - |4x + 1|.$$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно три общие точки.

Решение.

Построим график функции $y = x^2 + 4x + 1$ при $x < -\frac{1}{4}$ и график функции

$$y = x^2 - 4x - 1 \text{ при } x \geq -\frac{1}{4}.$$



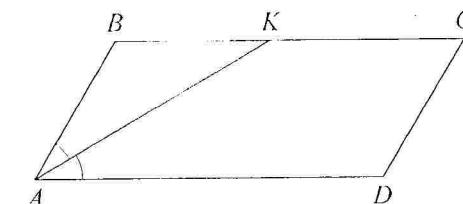
Прямая $y = m$ имеет с графиком ровно три общие точки, если она проходит через вершину первой параболы или через точку $(-\frac{1}{4}; \frac{1}{16})$. Получаем, что $m = \frac{1}{16}$ или $m = -3$.

Ответ: $-3; \frac{1}{16}$.

24

Биссектриса угла A параллелограмма $ABCD$ пересекает сторону BC в точке K . Найдите периметр параллелограмма, если $BK = 8$, $CK = 13$.

Решение.



Углы BKA и KAD равны как накрест лежащие при параллельных прямых BC и AD и секущей AK , AK — биссектриса угла BAD , следовательно, $\angle BKA = \angle KAD = \angle BAK$. Значит, треугольник BKA равнобедренный и $AB = BK = 8$.

По формуле периметра параллелограмма находим:

$$P_{ABCD} = 2(AB + BC) = 58.$$

Ответ: 58.

Баллы	Содержание критерия	Максимальный балл
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка	
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	
2		

Баллы	Содержание критерия	Максимальный балл
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра	
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены	
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	
2		

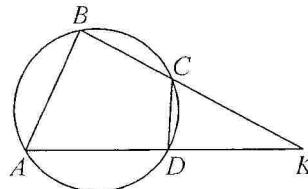
25

Известно, что около четырёхугольника $ABCD$ можно описать окружность и что продолжения сторон AD и BC четырёхугольника пересекаются в точке K . Докажите, что треугольники KAB и KCD подобны.

Доказательство.

Можно считать, что точка C лежит между точками B и K (см. рисунок).

У треугольников KAB и KCD угол $\angle K$ общий. Кроме того, $\angle KCD = 180^\circ - \angle BCD$ как смежный, а $\angle BAD = 180^\circ - \angle BCD$ по свойству вписанного четырёхугольника, поэтому $\angle KCD = \angle BAD$. Значит, треугольники KAB и KCD подобны по двум углам.

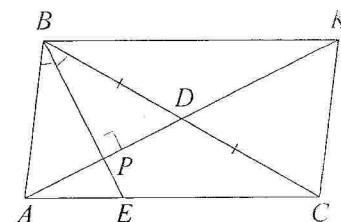


Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

26

В треугольнике ABC биссектриса BE и медиана AD перпендикулярны и имеют одинаковую длину, равную 36. Найдите стороны треугольника ABC .

Решение.



Пусть P — точка пересечения отрезков BE и AD (см. рис.).

Треугольник ABD — равнобедренный, так как его биссектриса BP является высотой. Поэтому

$$AP = PD = 18; BC = 2BD = 2AB.$$

По свойству биссектрисы треугольника ABC

$$\frac{CE}{AE} = \frac{BC}{AB} = 2,$$

откуда $AC = 3AE$.

Проведём через вершину B прямую, параллельную AC . Пусть K — точка пересечения этой прямой с продолжением медианы AD . Тогда

$$BK = AC = 3AE.$$

Из подобия прямоугольных треугольников APE и KPB следует, что

$$\frac{PE}{BP} = \frac{AE}{BK} = \frac{1}{3}.$$

Поэтому $PE = 9$ и $BP = 27$. Следовательно,

$$AB = \sqrt{AP^2 + BP^2} = 9\sqrt{13}; BC = 2AB = 18\sqrt{13};$$

$$AE = \sqrt{AP^2 + EP^2} = 9\sqrt{5}; AC = 3AE = 27\sqrt{5}.$$

Ответ: $9\sqrt{13}; 18\sqrt{13}; 27\sqrt{5}$.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена опечатка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>